

# 雾膜软件

## WMS523 代码包

### 惯性 DVL 单信标导航仿真代码包 Matlab

版本 20240824

#### 1. 内容介绍

MATLAB 程序，根据提供的数据计算 SINS-DVL-单信标组合导航。大部分工作原理与默认版本惯性卫星组合导航代码相同（可另行购买），只是在卡尔曼滤波观测量方程部分略有不同。

运行 creatdata.m 生成仿真数据。常见的生成仿真数据的方式有 2 种：一种是给定路线、计算得到陀螺仪、加速度计数值；另一种是给定陀螺仪、加速度计数值，计算得到路线。本代码包采用的是后一种方式，因为这样更简单。

运行 instance0.m，计算没有组合的纯惯性导航，作为对照。运行 instance1.m，计算组合导航。

程序主要工作流程为：

```

初始化
循环
{
    惯性导航
    更新滤波状态转移矩阵
    如果 DVL 数据更新
    {
        卡尔曼滤波
        根据滤波结果修正惯性导航
    }
    如果单信标数据更新
    {
        卡尔曼滤波
        根据滤波结果修正惯性导航
    }
    保存数据
}
绘图
  
```

#### 2. 部分代码截图

生成仿真数据中故意设置了安装误差、传感器误差：

```

1  %生成仿真数据
2  clear
3  dTins=0.005;
4  L=50000;
5  t=(1:L)'*dTins;
6  w=[0.01*sin(0.11*t),0.01*sin(0.19*t),0.01*sin(0.03*t)];
7  an=[0.05*sin(0.09*t),0.1*sin(0.02*t),0*sin(0.03*t)];
8
9
10 attil=setoula(0,0,0);
11 pos1=[pi/4;pi*0.7;0];
12 speed1=zeros(3,1);
13 [~,~,ge]=earthmodelupdate(pos1);
14
15 xb=pos1+[1e-5;1e-5;0];%信标
16
17 h1=0.01;
18 %h1=0;
19 Cdv1=[cos(h1),sin(h1),0;-sin(h1),cos(h1),0;0,0,1];%安装误差
20
21 data=zeros(L,16);
22 for k=1:L
23     gyro=w(k,:)' ;
24     Cbn=cbn(attil);
25     acc=Cbn*(an(k,:)' +[0;0;ge]);
26     [attil,speed1,pos1,accnl]=insgyroacc(gyro,acc,attil,speed1,pos1,dTins);
27     dvl=(Cbn'*speed1);
28     rxb=dpos(pos1,xb);
29
30     data(k,:)=[gyro',acc',(Cdv1*dvl)',rxb,speed1',pos1'];
31 end
32 data(:,1:3)=data(:,1:3)+randn(L,3)*1e-6;
33 data(:,4:6)=data(:,4:6)+randn(L,3)*1e-5;
34 data(:,7:9)=data(:,7:9)+randn(L,3)*1e-2;
35 data(:,10)=data(:,10)+randn(L,1)*1e-2;
36 save('d.mat','data');
37
38
39

```

导航解算中故意设置了初始姿态误差:

```

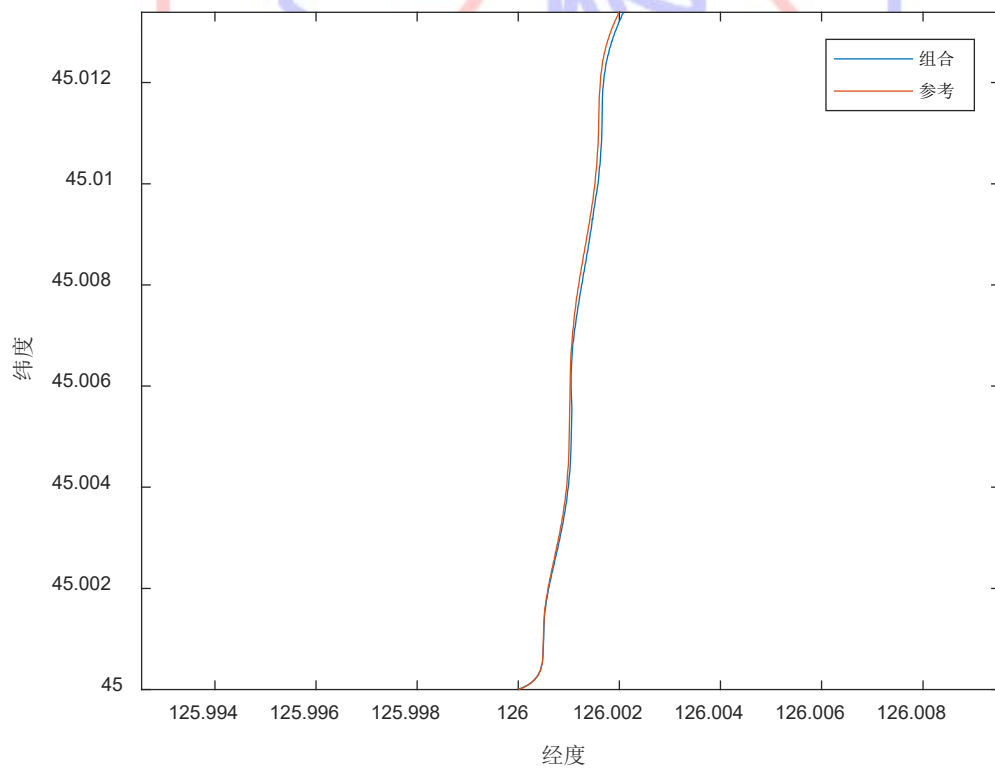
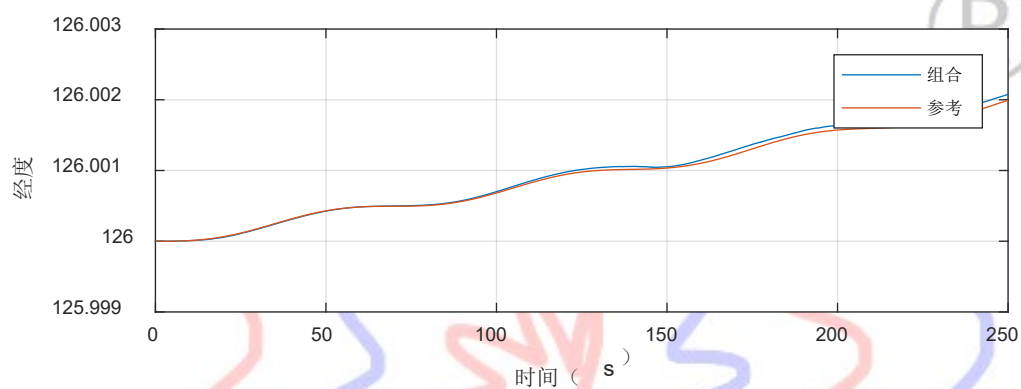
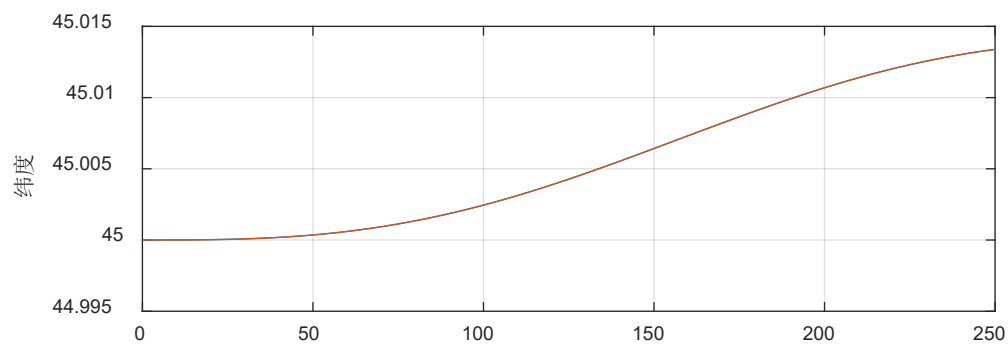
19
20 - Z1=zeros(3,1);
21 - X1=zeros(15,1);
22
23 %% 初始值
24
25 - att1=setoula(0,0,0);
26 %att1=setoula(0.1,-0.3,0.2);%故意加误差，以检验滤波效果
27 - pos1=[pi/4;pi*0.7;0];
28 - speed1=zeros(3,1);
29 - xb=pos1+[1e-5;1e-5;0];%信标
30
31 - we=7.2921158e-5;
32 - dTins=0.005;
33
34 - L=length(data);
35 - dataA=zeros(L,27);
36 - [re,~,~]=earthmodelupdate(pos1);
37
38
39 - for k=1:L
40 -     gyro=data(k,1:3)';
41 -     acc=data(k,4:6)';
42 -     [att1,speed1,pos1,accn1]=insgyroacc(gyro,acc,att1,speed1,accn1);
43
44 -     Phi1=stateupdate(dTins,att1,speed1,pos1,accn1,Phi1);%更新
45 -     Q1=Q1+Q0*dTins;
46
47 -     if(mod(k,20)==0)%组合DVL
48 -         Cbn=cbn(att1);
49 -         dv1=data(k,7:9)';
50 -         Cnb=Cbn';
51 -         vb=Cnb*speed1;
52 -         Z1=vb-dv1;
53 -         H=zeros(3,15);
54 -         H(:,4:6)=Cbn';
55 -         H(:,7:9)=[0,vb(3),-vb(2);
56 -             -vb(3),0,vb(1);
57 -             vb(2),-vb(1),0];
58 -         [X1,Pk1,Phi1]=kal(Z1,H,Pk1,Q1,Rv,Phi1);
59 -         Q1=zeros(15);
60 -         pos1(1:2)=pos1(1:2)-X1(1:2,1);
61 -         speed1(1:2)=speed1(1:2)-X1(4:5,1);
62 -         att1=qupdate(att1,(cbn(att1))'*X1(7:9,1));
63 -     end
64
65 -     if(mod(k,20)==10)%组合单信标
66 -         ry=re*(pos1(1)-xb(1));
67 -         rx=cos(pos1(1))*re*(pos1(2)-xb(2));
68 -         rxy=sqrt(rx*rx+ry*ry);
69 -         Z1=rxy-data(k,10);
70 -         H=zeros(1,15);
71 -         H(1,1)=ry/rxy*re;
72 -         H(1,2)=rx/rxy*cos(pos1(1))*re;
73
74 -         [X1,Pk1,Phi1]=kal(Z1,H,Pk1,Q1,Rx,Phi1);
75 -         Q1=zeros(15);
76 -         pos1(1:2)=pos1(1:2)-X1(1:2,1);
77 -         speed1(1:2)=speed1(1:2)-X1(4:5,1);
78 -         att1=qupdate(att1,(cbn(att1))'*X1(7:9,1));
79
80 -         Z1=[Z1;0;0];%为了便于存储，拉齐长度
81 -     end
82
83
84 %数据保存
85 - dataA(k,1:9)=[getoula(att1)',speed1',pos1'];
86 - dataA(k,10:12)=Z1';
87 - dataA(k,13:27)=X1';
88
89
90 - end
91

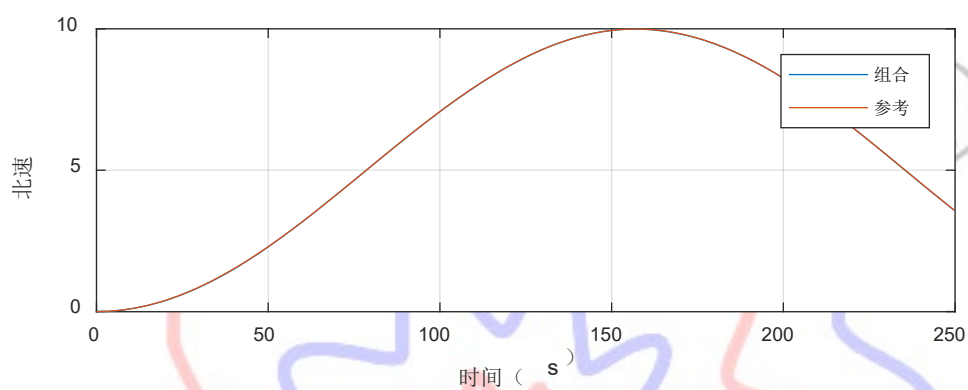
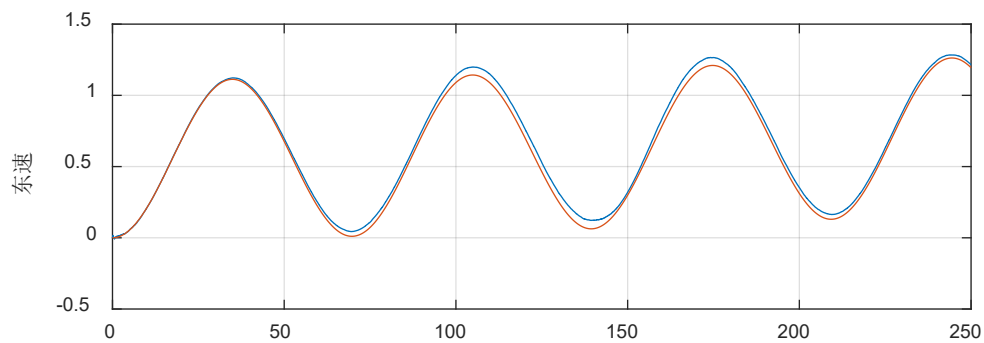
```



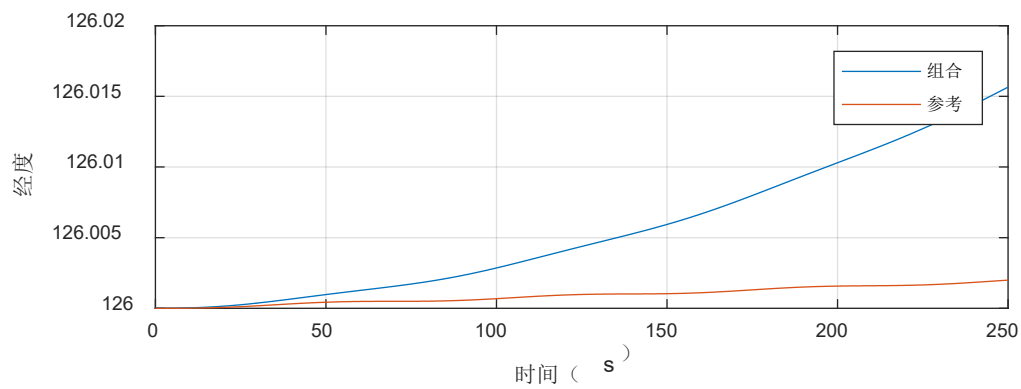
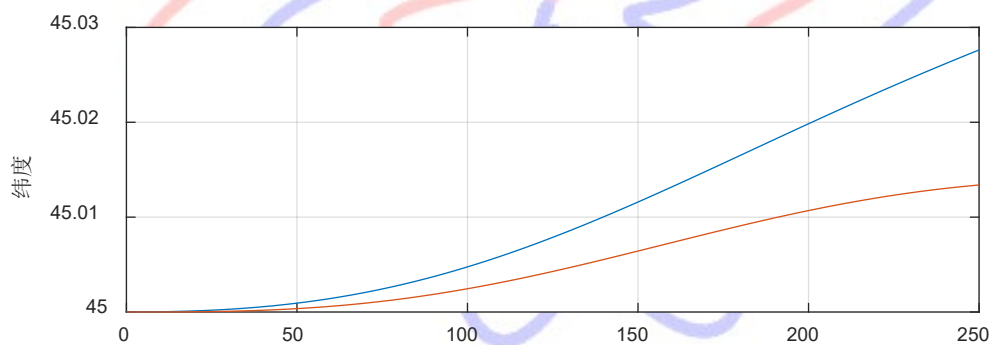
### 3. 运行结果

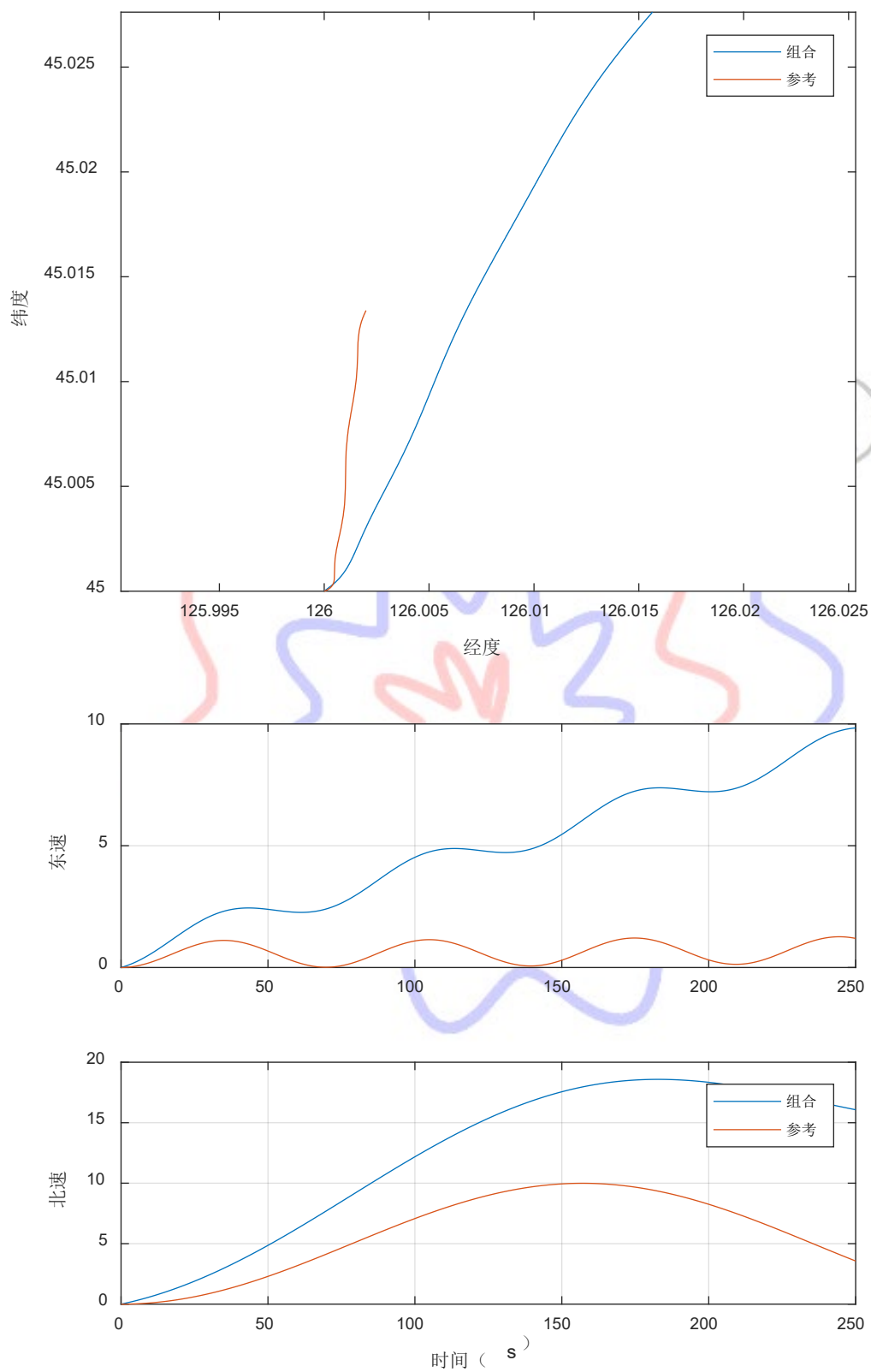
#### 3.1. 组合导航





### 3. 2. 纯惯性





#### 4. 工作原理

##### 4.1. 概念定义

##### 4.1.1. 坐标系

载体系  $b$  定义为与载体固定连接的坐标系，不妨取  $xyz$  轴为右前上。

地理系  $t$  定义为与载体处地面重合的坐标系，不妨取  $xyz$  轴为东北天。

导航坐标系  $n$  是表示导航结果的坐标系。在航海、航空领域中，为了避免船只、飞机通过南北极附近时  $n$  系快速旋转导致导航结果异常， $n$  系会与  $t$  系有一定的夹角。在普通导航系统中，可以不虑载体通过南北极的情况，因此选取  $n$  系与  $t$  系重合以使导航算法简化。

平台坐标系  $p$ ，是平台式导航系统中传感器的指向，或者是捷联式导航系统中数学换算后的传感器的指向。理想情况下  $p$  系与  $n$  系重合；但是由于陀螺仪误差等因素，真实的  $p$  系与  $n$  系有误差角。捷联式导航系统希望把加速度换算到  $n$  系中，但是实际上是换算到了  $p$  系中。在一般的导航计算中，不必刻意区分  $p$  系和  $n$  系，但是在分析误差时需要引入  $p$  系。

地球坐标系  $e$ ，是和地球固连的坐标系，不妨规定  $z$  轴沿着南北极方向指向北， $x$  轴指向  $0$  经度方向。

惯性参考系  $i$ 。惯性参考系主要用于描述概念。惯性导航中一般不需要真正地在惯性参考系中投影，所以不必在惯性参考系中规定坐标系。

#### 4.1.2. 方向和单位

惯性测量单元为 3 轴陀螺仪和 3 轴加速度计。定义  $x$  向东、 $y$  向北、 $z$  向天为姿态  $0$  位置。旋转方向和角速度方向满足右手法则，即右手握住坐标轴，大拇指位于坐标轴正向，则其余四个手指指向旋转正向。姿态的欧拉角旋转顺序定义为依次绕  $z$ 、 $x$ 、 $y$  旋转。

若无特殊说明，一般采用国际单位制。角度单位为  $\text{rad}$ ，角速度单位为  $\text{rad/s}$ ，速度单位  $\text{m/s}$ ，加速度单位  $\text{m/s/s}$ 。

### 4.2. 惯性导航

#### 4.2.1. 基本原理

惯性导航的基本原理是：陀螺仪测量角速度，角速度积分得到姿态。加速度计测量加速度，加速度积分得到速度，速度积分得到位置。

实际情况中有一些因素导致上述计算变得复杂。1.需要进行一些坐标系变换。2.需要考虑地球的自转、重力、以及球形形状。

#### 4.2.2. 坐标变换

完整地描述角速率、姿态、加速度、速度、位移等需要 3 个坐标系。坐标系  $\beta$  相对于坐标系  $\alpha$  的变化量  $x$  在坐标系  $\gamma$  的投影表示为  $x_{\alpha\beta}^{\gamma}$ 。例如，地球自转在地理系的坐标为

$$\omega_{ie}^t = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_e \cos L \\ \omega_e \sin L \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

其中  $\omega_e$  是地球自转角速率， $L$  是纬度。这是地球系  $e$  相对于惯性系  $i$  的转动在地理系  $t$  的投影。在这种表示方法下，一些简单的计算规则如下：

同一个坐标系内表示的变量符合向量加法规则，即

$$x_{AB}^{\gamma} + x_{BC}^{\gamma} = x_{AC}^{\gamma} \quad (4-2)$$

同一个变量在不同坐标系的换算可以用矩阵表示。

$$x_{\alpha\beta}^{\mu} = C_{\gamma}^{\mu} x_{\alpha\beta}^{\gamma} \quad (4-3)$$

坐标变换矩阵表示旋转关系。例如二维的坐标变换矩阵为

$$C_n^b = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

三维的坐标旋转有 3 个自由度，可以看作是类似形式矩阵相乘。

坐标变换矩阵是正交矩阵，逆矩阵是原矩阵的转置

$$C_{\mu}^{\gamma} = (C_{\gamma}^{\mu})^{-1} = (C_{\gamma}^{\mu})^T \quad (4-5)$$

#### 4.2.3. 姿态更新

三维空间有 3 个旋转自由度。类似式(4-4)，依次绕三个坐标轴旋转，则坐标变换矩阵为

$$\mathbf{C}_n^b = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & -\sin \theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & \sin \theta_x \\ 0 & -\sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_z & \sin \theta_z & 0 \\ -\sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-6)$$

把坐标变换矩阵表示为绕坐标轴分别旋转三次，三次旋转的角度即为欧拉角。旋转的顺序并不是唯一的，也可以定义旋转顺序不同的欧拉角。同一个坐标变换矩阵，在不同的旋转顺序定义下，有不同的欧拉角角度；同样的旋转角度，按照不同的坐标轴顺序旋转，会得到不同的坐标变换矩阵；这个性质称为姿态角的不可交换性。所以使用欧拉角描述姿态时必须规定清楚旋转顺序。本书中欧拉角定义为：初始状态右前上（xyz）三轴位于东北天方向，依次绕上轴旋转偏航角，绕右轴旋转俯仰角，绕前轴旋转横滚角。

如果每次旋转的角度很小，则坐标变换矩阵近似为

$$d\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d\theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ d\theta_y & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & d\theta_x \\ 0 & -d\theta_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d\theta_z & 0 \\ -d\theta_z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-7)$$

略去二阶小量，则有

$$d\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & d\theta_z & -d\theta_y \\ -d\theta_z & 1 & d\theta_x \\ d\theta_y & -d\theta_x & 1 \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

上式表示了坐标旋力矩阵与旋转角度的关系。如果旋转角度很小，则不必考虑旋转顺序。为了表示的方便，引入角增量反对称矩阵

$$[\boldsymbol{\theta}] = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_z & \theta_y \\ \theta_z & 0 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 0 \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

那么姿态矩阵更新公式为

$$\mathbf{C}_b^i(t+T) = \mathbf{C}_b^i(t) \lim_{k \rightarrow +\infty} \left( \mathbf{I} + \frac{[\boldsymbol{\theta}_b^i]}{k} \right)^k = \mathbf{C}_b^i(t) \exp([\boldsymbol{\theta}_b^i]) \quad (4-10)$$

其中  $\exp$  表示自然常数  $e$  为底数的指数函数。 $\mathbf{C}_b^i(t)$  是上一时刻的姿态矩阵， $\mathbf{C}_b^i(t+T)$  是下一时刻的姿态矩阵。上式即姿态更新公式。

利用麦克劳林公式，能得到更便于计算的如下公式

$$\exp([\boldsymbol{\theta}]) = \mathbf{I} + \frac{\sin|\boldsymbol{\theta}|}{|\boldsymbol{\theta}|} [\boldsymbol{\theta}] + \frac{1 - \cos|\boldsymbol{\theta}|}{|\boldsymbol{\theta}|^2} [\boldsymbol{\theta}]^2 \quad (4-11)$$

如果旋转角度较小，同时为了避免分母为 0，可以采用如下近似公式

$$\exp([\boldsymbol{\theta}]) \approx \mathbf{I} + [\boldsymbol{\theta}] \quad (4-12)$$

根据上述若干公式，使用陀螺仪数据计算得到姿态。

实际导航系统中，为了防止计算误差导致姿态矩阵失去正交性，也为了减少计算量，往往采用四元数代替姿态矩阵进行姿态更新。四元数定义为

$$\mathbf{q} = \left[ \cos \frac{\theta}{2} \quad u_x \sin \frac{\theta}{2} \quad u_y \sin \frac{\theta}{2} \quad u_z \sin \frac{\theta}{2} \right]^T \quad (4-13)$$

其中  $\theta$  是旋转的角度， $[u_x \quad u_y \quad u_z]^T$  是旋转轴的单位向量。

四元数也可以表示为

$$\mathbf{q} = \cos \frac{\theta}{2} + \mathbf{A} \sin \frac{\theta}{2} \quad (4-14)$$

其中  $\mathbf{A}$  是旋转轴的单位向量。



四元数姿态微分方程为

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \mathbf{q} \quad (4-15)$$

引入 4 维的角增量矩阵

$$[\boldsymbol{\theta}] = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_x & -\theta_y & \theta_z \\ \theta_x & 0 & \theta_z & -\theta_y \\ \theta_y & -\theta_z & 0 & \theta_x \\ \theta_z & \theta_y & -\theta_x & 0 \end{bmatrix} \quad (4-16)$$

四元数更新姿态的公式为

$$\mathbf{q}(t+T) = \left( \cos \frac{|\boldsymbol{\theta}|}{2} \mathbf{I} + \frac{\sin \frac{|\boldsymbol{\theta}|}{2}}{|\boldsymbol{\theta}|} [\boldsymbol{\theta}] \right) \mathbf{q}(t) \quad (4-17)$$

#### 4.2.4. 速度和位置解算

惯性导航需要依次计算姿态、速度、位置。陀螺仪直接测到  $\mathbf{b}$  系相对于  $\mathbf{i}$  系的转动，而导航解算中需要计算  $\mathbf{b}$  系相对于  $\mathbf{n}$  系的姿态。导航系  $\mathbf{n}$  系相对于惯性系  $\mathbf{i}$  系的相对转动包括两个部分：一是地球自转角速率；二是因为地球表面是曲面，载体位置变化会导致  $\mathbf{n}$  系相对  $\mathbf{e}$  系的姿态发生变化，角速率  $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{en}}^{\mathbf{n}}$  与速度有关

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{en}}^{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} -\frac{v_N}{R_m + H} \\ \frac{v_E}{R_p + H} \\ \frac{v_E \tan L}{R_p + H} \end{bmatrix} \quad (4-18)$$

其中  $R_m$  和  $R_p$  分别是子午圈和卯酉圈的半径， $L$  是纬度。

因为

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{nb}}^{\mathbf{b}} = \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{ib}}^{\mathbf{b}} - \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{ie}}^{\mathbf{b}} - \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{en}}^{\mathbf{b}} \quad (4-19)$$

所以

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{nb}}^{\mathbf{b}} = \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{ib}}^{\mathbf{b}} - \mathbf{C}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{b}} (\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{ie}}^{\mathbf{n}} + \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{en}}^{\mathbf{n}}) \quad (4-20)$$

根据上述角速率计算  $\mathbf{C}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{n}}$ ，即姿态。

加速度为

$$\dot{\mathbf{V}}_{\mathbf{en}}^{\mathbf{n}} = \mathbf{C}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{n}} \mathbf{f}_{\mathbf{b}} - 2\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{ie}}^{\mathbf{n}} \times \mathbf{V}_{\mathbf{en}}^{\mathbf{n}} - \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{en}}^{\mathbf{n}} \times \mathbf{V}_{\mathbf{en}}^{\mathbf{n}} + \mathbf{g} \quad (4-21)$$

其中  $\mathbf{f}_{\mathbf{b}}$  是加速度计的数值。根据等效原理，加速度计不能把重力与真正的加速度相区分，所以要扣除地球重力  $\mathbf{g}$  的影响。因为地球是圆的，所以要补偿离心加速度项  $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{en}}^{\mathbf{n}} \times \mathbf{V}_{\mathbf{en}}^{\mathbf{n}}$ 。因为地球在自转，所以要补偿科氏加速度  $2\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{ie}}^{\mathbf{n}} \times \mathbf{V}_{\mathbf{en}}^{\mathbf{n}}$ 。

加速度积分计算得到速度。速度积分计算得到位置。如果用经纬高表示位置，则有

$$\dot{L} = V_y / R_m \quad (4-22)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{V_x}{R_p \cos L} \quad (4-23)$$

其中  $L$  和  $\lambda$  分别是纬度和经度， $R_m$  和  $R_p$  分别是当前位置的子午圈和卯酉圈半径。

### 4.3. 组合导航

#### 4.3.1. 原理概述

连续计算惯性导航；当检测到观测数据时，采用扩展卡尔曼滤波修正导航误差。

卡尔曼滤波可以理解为：根据方差求权重，做加权平均。

原始的卡尔曼滤波适用于线性系统。因为导航系统不是线性的，所以采用扩展卡尔曼滤波。扩展卡尔曼滤波的主要方法是，选用误差量，利用一阶微分近似为线性系统。滤波得到误差量估计值后，立刻补偿误差。

#### 4.3.2. 卡尔曼滤波

比较复杂的系统中，一方面系统具有多个自由度，另一方面被测量随着时间而变化。因此用状态空间方程的形式描述系统的关系，并把上述的加权平均数计算方法用矩阵表示，则得到卡尔曼滤波。

系统表示为：

$$\mathbf{x}_k = \Phi \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (4-24)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H} \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (4-25)$$

其中是 $\mathbf{x}$ 状态量，是希望获得而又难以准确测量的量。式(4-24)描述了被测量的变化关系，这里是离散形式。 $\mathbf{z}$ 表示量测量，是能测量得到但是包含随机误差的量。式(4-25)描述了量测量与状态量的关系。 $\mathbf{w}$ 和 $\mathbf{v}$ 是随机噪声。有的系统中 $\mathbf{w}$ 和 $\mathbf{v}$ 会乘以系数矩阵，但是对于普通精度的组合导航系统， $\mathbf{w}$ 和 $\mathbf{v}$ 不需要再乘以系数矩阵。

状态量的变化也可以描述为连续方程

$$\dot{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1} \quad (4-26)$$

如果采样间隔足够小，离散方程与连续方程的关系为

$$\Phi = \mathbf{I} + \mathbf{F}T \quad (4-27)$$

其中 $T$ 为采样间隔， $\mathbf{I}$ 为单位矩阵。

卡尔曼滤波的解算过程就是根据 $\mathbf{z}$ 估计 $\mathbf{x}$ ，具体方法如下：

如果不考虑误差，前后时刻的 $\mathbf{x}$ 具有关系

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = \Phi \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (4-28)$$

$\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$ 是前一时刻 $\mathbf{x}$ 的估计值， $\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}$ 是推算的后一时刻的 $\mathbf{x}$ 。但是因为误差的存在，这个推算并不准确，需要根据 $\mathbf{z}$ 修正，因此取

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H} \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}) \quad (4-29)$$

其中 $\mathbf{K}_k$ 是反映权重的滤波增益。这个增益由如下方法计算

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \Phi \mathbf{P}_{k-1} \Phi^T + \mathbf{Q} \quad (4-30)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (4-31)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) \mathbf{P}_{k|k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H})^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R} \mathbf{K}_k^T \quad (4-32)$$

其中 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{R}$ 分别是 $\hat{\mathbf{X}}$ 、 $\mathbf{w}$ 、 $\mathbf{v}$ 的方差矩阵。

上述公式给出了线性系统的卡尔曼滤波方法。非线性系统可以局部微分而近似为线性系统，采用扩展卡尔曼滤波方法解算。扩展卡尔曼滤波中的 $\mathbf{x}$ 是误差量，扩展卡尔曼滤波获得误差量后，及时修正，使得误差量总维持在较小范围内；在误差量较小时，局部微分得到的线性系统与原始的非线性系统基本一致，卡尔曼滤波能取得较好效果。

导航系统是非线性系统。取扩展卡尔曼滤波的状态量 $\mathbf{x}$ 为15维向量，包含位置误差、速度误差、姿态误差、陀螺仪零偏、加速度计零偏各3各自由度，即

$$\mathbf{x} = [\delta L \quad \delta \lambda \quad \delta h \quad \delta v_E \quad \delta v_N \quad \delta v_U \quad \delta \phi_E \quad \delta \phi_N \quad \delta \phi_U \quad \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \nabla_x \quad \nabla_y \quad \nabla_z]^T \quad (4-33)$$

用扩展卡尔曼滤波进行组合导航的步骤是：1.进行惯性导航解算。2.修正时，比较惯性导航与观测量的偏差，即 $\mathbf{z}$ 。3.用卡尔曼滤波计算 $\mathbf{x}$ 。4.根据 $\mathbf{x}$ 修正惯性导航的结果，并返回步骤1。

代码包与标准卡尔曼滤波的区别主要有2点：1.大多数惯性导航装置的三轴传感器精度大体相当，因此没必要引入标准卡尔曼滤波的 $\Gamma$ 矩阵。2.代码包采用闭环反馈校正的方式，

滤波后修正惯导误差，所以标准卡尔曼滤波中的  $X(k-1)$  取 0。

#### 4.3.3. 组合导航的状态矩阵

组合导航系统关键在于具体列出状态矩阵  $\Phi$ ，即可实现组合导航的计算。扩展卡尔曼滤波的矩阵  $F$  是雅可比矩阵，即偏微分矩阵。根据惯性导航的计算公式，可以得到  $F$  如下。

$$F = \begin{bmatrix} F_{pp} & F_{vp} & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \\ F_{pv} & F_{vv} & F_{av} & \mathbf{O}_3 & C_b^n \\ F_{pa} & F_{va} & F_{aa} & -C_b^n & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \end{bmatrix} \quad (4-34)$$

其中每个子矩阵都是 3 阶方阵， $\mathbf{O}_3$  表示 0 矩阵。

反映位置误差对位置误差影响的子矩阵为

$$F_{pp} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{v_N}{(R_m + h)^2} \\ \frac{v_E \sec L \tan L}{R_p + h} & 0 & -\frac{v_E \sec L}{(R_p + h)^2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-35)$$

反映速度误差对位置误差影响的子矩阵为

$$F_{vp} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_m + h} & 0 \\ \frac{\sec L}{R_p + h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-36)$$

反映位置误差对速度误差影响的子矩阵为

$$F_{pv} = \begin{bmatrix} 2\omega_e v_N \cos L + 2\omega_e v_U \sin L + \frac{v_N v_E \sec^2 L}{R_p + h} & 0 & \frac{v_U v_E - v_N v_E \tan L}{(R_p + h)^2} \\ -\left(2\omega_e v_E \cos L + \frac{v_E^2 \sec^2 L}{R_p + h}\right) & 0 & \frac{v_N v_U}{(R_m + h)^2} + \frac{v_E^2 \tan L}{(R_p + h)^2} \\ -2v_E \omega_e \sin L & 0 & -\frac{v_N^2}{(R_m + h)^2} - \frac{v_E^2}{(R_p + h)^2} \end{bmatrix} \quad (4-37)$$

反映速度误差对速度误差影响的子矩阵为

$$F_{vv} = \begin{bmatrix} \frac{v_N \tan L - v_U}{R_p + h} & 2\omega_e \sin L + \frac{v_E \tan L}{R_p + h} & -2\omega_e \cos L - \frac{v_E}{R_p + h} \\ -2\omega_e \sin L - \frac{2v_E \tan L}{R_p + h} & \frac{-v_U}{R_m + h} & \frac{-v_N}{R_m + h} \\ 2\left(\omega_e \cos L + \frac{v_E}{R_p + h}\right) & \frac{2v_N}{R_m + h} & 0 \end{bmatrix} \quad (4-38)$$

反映姿态误差对速度误差影响的子矩阵为

$$F_{av} = \begin{bmatrix} 0 & -f_U & f_N \\ f_U & 0 & -f_E \\ -f_N & f_E & 0 \end{bmatrix} \quad (4-39)$$

其中  $f_E$ 、 $f_N$ 、 $f_U$  是换算到  $n$  系的加速度计数值，即不扣除重力的比力信息。

$$\mathbf{f}_n = \begin{bmatrix} f_E \\ f_N \\ f_U \end{bmatrix} = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_b \quad (4-40)$$

反映位置误差对姿态误差影响的子矩阵为

$$\mathbf{F}_{pa} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{v_N}{(R_m + h)^2} \\ -\omega_e \sin L & 0 & \frac{-v_E}{(R_p + h)^2} \\ \omega_e \cos L + \frac{v_E \sec^2 L}{R_p + h} & 0 & \frac{-v_E \tan L}{(R_p + h)^2} \end{bmatrix} \quad (4-41)$$

反映速度误差对姿态误差影响的子矩阵为

$$\mathbf{F}_{va} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{R_m + h} & 0 \\ \frac{1}{R_p + h} & 0 & 0 \\ \frac{\tan L}{R_p + h} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-42)$$

反映姿态误差对姿态误差影响的子矩阵为

$$\mathbf{F}_{aa} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_e \sin L + \frac{v_E \tan L}{R_p + h} & -\omega_e \cos L - \frac{v_E}{R_p + h} \\ -\omega_e \sin L - \frac{v_E \tan L}{R_p + h} & 0 & \frac{v_N}{R_m + h} \\ \omega_e \cos L + \frac{v_E}{R_p + h} & \frac{v_N}{R_m + h} & 0 \end{bmatrix} \quad (4-43)$$

导航计算机每次收到惯性数据时，要计算 $\mathbf{F}$ 矩阵，并更新 $\Phi$ 矩阵。导航计算机收到观测数据时再进行卡尔曼滤波解算，并根据滤波计算得到的误差量修正导航结果。

#### 4.4. 水下导航的观测方程

##### 4.4.1. DVL 测速

以 DVL 观测时，观测矩阵为

$$\mathbf{H} = [\mathbf{O} \quad \mathbf{C}_b^n \quad \mathbf{M}_v \quad \mathbf{O}] \quad (4-44)$$

其中 $\mathbf{M}_v$ 是载体系速度的扩展矩阵

$$\mathbf{M}_v = \begin{bmatrix} 0 & v_z^b & -v_y^b \\ -v_z^b & 0 & v_x^b \\ v_y^b & -v_x^b & 0 \end{bmatrix} \quad (4-45)$$

##### 4.4.2. 单信标测距

以单信标观测时，考虑距离对坐标的偏微分为：

$$r = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}$$

$$\frac{\partial r}{\partial x_1} = \frac{x_1 - x_0}{r}$$

注意，上面的距离以米计算。但是惯性导航中是以经纬度计算的，所以需要乘以地球曲率半径。即

$$\mathbf{H} = \left[ \frac{y_1 - y_0}{r} R_m \quad \frac{x_1 - x_0}{r} R_p \cos L \quad \mathbf{O} \right] \quad (4-46)$$

#### 5. 著作权和服务

### 5.1. 工作原理参考什么资料

参考实体书《组合导航应用笔记》，东南大学出版社，2025年。  
讲解视频，哔哩哔哩视频网搜索“大胡子刘师傅”。

### 5.2. 著作权声明

本店保留著作权。

电路、说明书、全部附属代码（以下简称本代码包）仅限于学习和研究用途的少量使用；  
包含改编文件、写入嵌入式系统的编译后程序，所有副本总计不得超过5份。

本代码包有偿使用。

严禁转卖或公开发布本代码包的全部或一部分。

大规模应用本代码包需要额外取得本店的授权。

对于违反上述要求的用户，本店有权要求停止销售、撤稿、赔偿损失等。

### 5.3. 服务内容

赠送30分钟语音答疑服务，用于解决较为复杂的疑问。

赠送长期文字答疑，用于解决简单的、零散的疑问。

答疑服务仅限直接购买人本人使用。答疑服务不能转让、不能共享。用户需要保留购买凭证截图；丢失购买凭证的，本店可以不提供答疑服务；不是从本店购买的，而是从其他渠道获得代码包的，不提供答疑服务。

本商品技术含量较高，本店不保证能在限时内解答所有疑问。有需要的用户，可以付费购买额外的语音答疑服务。

本店可提供少量的数据判读服务。但是大量的数据判读服务需要额外收费。较为复杂的数据处理，或者定制化修改代码，可能需要额外收费。

上述服务可能需要排队，本店不能保证服务的实时性。

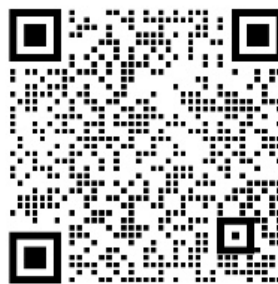
### 5.4. 联系方式

西安市雁塔区雾膜软件开发站

销售、答疑、定制开发：

微信：（扫码）

**雾膜软件**



电子邮箱：[braun@wmsoft.wang](mailto:braun@wmsoft.wang)

网站：<http://wmsoft.xyz>